(a) PROGRAMA CURRICULAR DAS DISCIPLINAS DO CURSO DE NIVELAMENTO

1. DISCIPLINA/COURSE TITLE

TEORIA DA MEDIA E INTEGRAÇÃO/MEASURE THEORY AND INTEGRATION

Nível/Course level

NIVELAMENTO

Ano lectivo/Year

2019

Número de créditos

6 (cada crédito equivale a 15 horas lectivas)

Semestre/Semester

2º /2nd

Idioma/Language

Português. (A disciplina poderá ser dada em inglês sempre e quando, pelo menos um estudante internacional matriculado na disciplina o solicite)

Dados da equipe docente/Professor data

Professor/Professor: Valter Paulo Tomé
Grau científico/Scientific degree: **Mestre em Matemáticas e Aplicações, Universidade Autónoma de Madrid, Espanha**

Instituição/Institution:Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade Agostinho Neto
Email: valter.paulo.tome@gmail.com
Horas de tutoria/Office hours: By appointment

OBJECTIVOS DA DISCIPLINA/COURSE OBJECTIVES

1. Aprofundar na ideia de medir
2. Relacionar a noção de medida com a integração
3. Desenvolver a teoria de Lebesgue sobre medida e integração
4. Comparar as integrais de Rieman e Lebesgue.
5. Familiarizar-se com as técnicas habituais da teoria, em especial o teorema da convergência de dominada, o teorema de Fubini e o de Radon-Nikodym.
6. Familiarizar-se com os espaços de funções baseados no conceito da integral de Lebesgue.

Os resultados da aprendizagem que o estudante terá alcançado ao aprovar a disciplina são os seguintes:

1. Conhecerá as definições e instrumentos analíticos necessários para o estudo as disciplinas do Mestrado.

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

TEMA I: CONCEITOS BÁSICOS DA TEORIA DA MEDIDA:

- I.1 Conjuntos e suas operações
- I.2. Sistema de conjuntos
- I.3. Medidas finitas sobre sistemas de conjuntos
- I.4. Medida exterior
- I.3. Extensões de Medida
- I.4. A medida de Borel
- I.5. Medidas de Lebesgue-Stieltjes
- I.6. Medidas fintas
- I.7. A medida de Lebesgue sobre Rn
- I.8. Continuidade e completitude das medidas
- I.9. Conjuntos não mesuráveis
- I.10. Produto directo de medidas.
- I.11. Estrutura dos conjuntos mesuráveis

TEMA II: FUNÇÕES MESURÁVEIS

- II.1. Convergência em medida e suas propriedades
- II.2. Convergência em quase todo ponto e em medida
- II.3. O conjunto de Cantor e a curva de Cantor

TEMA III: A INTEGRAL DE LEBESGUE

- III.1. Integração de funções simples
- III.2. A integral de Lebesgue de funções mesuráveis.
- III.3. Passo ao limite sob o sinal da integral de Lebesgue
- III.4. Outras propriedades da integral de Lebesgue
- III.5. Comparação da integral de Lebesgue com a integral de Riemann

TEMA IV: ALGUMAS APLICAÇÕES DA INTEGRAL DE LEBESGUE

- IV.1. O teorema de Radon-Nikodym
- IV.2. O teorema de Fubini.
- IV.3. Desigualdades de Hölder e Minkowski.
- IV.4. Os espaços Lp.
- IV.5. A completitude e outras propriedades dos espaços Lp.

SISTEMA DE AVALIAÇÃO

A avaliação nesta disciplina de acordo com o critério para o desempenho académico será:

- Duas provas escritas individuais e será levado em consideração o desempenho académico do estudante em relação à assiduidade, interesse, responsabilidade e participação pela disciplina; crescimento em relação ao conhecimento do conteúdo e na participação activa nos trabalhos em grupos.

- Também aplicar-se-á, em conformidade com o regime académico da UAN modificada pelo Senado Universitário aos 22/04/2003, exame final.

- Ponderação da avaliação: Provas + Exame final = 20.0 (média final)

BIBLIOGRAFIA

- P. L. Ulyanov, M. Dyachenko, *Analisis Real. Medida e Integración,* Addison-Wesley/UAM, 2000
- G. Folland, *Real and Complex Analysis;* MacGraw Hill, 1974
- G. Folland, *Real Analysis;* 2nd edition, John Wiley, 1999.
- G. de Barra, *Measure Theory and Integration,* John Wiley, 1981
- P. Halmos. *Measure Theory,* Van Nostrand, Princeton, N.J. 1950.

2. DISCIPLINA/COURSE TITLE

ESTRUTURA ALGÉBRICAS

Nível/Course level

NIVELAMENTO

Ano lectivo/Year

2019

Número de créditos

7

Semestre/Semester

2º /2nd

Idioma/Language

Espanhol ou Inglês

Dados da equipe docente/Professor data

Professor/Professor: Angelica Benito
Grau científico/Scientific degree: **Ph.D in Mathematics, Universidad Autónoma de Madrid, Spain**

Instituição/Institution: Universidad Autónoma de Madrid

Linhas de pesquisa que desenvolve e as três investigações mais importantes realizadas, ou actividade profissional, desempenhada nos últimos cinco anos:/ Research lines that develops and the three most important investigations carried out, or professional activity, performed in the last five years:

Singularities, Resolution of singularities, positive characteristic, F-singularities, Differential operators, invariants of singularities.

- Embedded resolution of singularities of schemes of dimension 2.

- Definition of some new invariants of singularities intrinsic to the case of positive characteristic.

- Locally acyclic cluster álgebras have rational singularities (proof by reduction modulo p and Frobenius methods).

Últimas três publicações, patente e/ou trabalhos relevantes apresentados em eventos (em ordem cronológica descendente). Título do trabalho, Revista ou Evento, Editorial, Ano, país./ Last three publications, patents and / or relevant papers presented at events (in descending chronological order). Title of the work, Journal or Event, Editorial, Year, country.

1. **A. Benito, O. Villamayor, A semicontinuos invariant of singularities in positive characteristic, to appear in Journal of Mathematics of Kyoto University.**
2. **A. Benito, G. Muller, J. Rajchgot, K. Smith, Singularities of locally acyclic cluster algebras, Algebra & Number Theory 9-4 (2015), 913-936.**
3. **A. Benito, O. E. Villamayor U., On elimination of variables in the study of singularities in positive characteristic, Indiana Univ. Math. J., 64, no. 2 (2015), 357-410.**

Email: angelica.benito@uam.es
Horas de tutoria/Office hours: By appointment

OBJECTIVOS DA DISCIPLINA/COURSE OBJECTIVES

1. Compreender os conceitos abstractos de grupo, anel e corpo e conhecer muitos exemplos de diferentes estruturas algébricas.
2. Compreender os conceitos de ideal, anel quociente e característica de um anel.
3. Estar familiarizado como as noções de domínio euclidiano, domínio de ideais principais e de factorização única e reconhece-los em exemplos simples.
4. Poder manejar os corpos finitos.
5. Estar familiarizado com as noções de grupo abeliano, grupo cíclico, grupo normal, geradores, centro e suas propriedades.
6. Saber operar com as classes e os grupos quocientes.
7. Conhecer as propriedades fundamentais dos grupos de permutações e ser capaz de operar com eles.
8. Entender o conceito e alguns exemplos importantes de acção de um grupo sobre conjunto.
9. Compreender os conceitos de produtos directo e semidirecto.
10. Ser capaz de aplicar os teoremas de Sylow para achar os subgrupos de certa ordem num grupo dado.
11. Ser capar de identificar todos os grupos abelianos de uma dad ordem e todos os grupos de ordem pequena

Os resultados da aprendizagem que o estudante terá alcançado ao aprovar a disciplina são os seguintes:

12. Conhecer os conceitos, métodos e resultados mais relevantes das diferentes ramos de Matemática

13. Aplicar tanto os conhecimentos como a capacidade de análise e de abastracção adquiridos na definição e planificação de problemas e na busca de suas soluções tanto em contextos académicos como profissionais.

14. Coletar e interpretar dados, informação ou resultados relevantes en problemas científicos, tecnológicos ou de outros âmbitos que requerem o uso de ferramentas matemáticas. Obter conclusões e expô-las racionalmente.

15. Utilizar ferramentas de busca de recursos bibliográficos na Matemática.

Conteúdo Programático

TEMA I: GRUPOS E ANEIS: PROPRIEDADES BÁSICAS E EXEMPLOS.

- I.1. Operações binárias.
- I.2. Grupos
- I.3. Subgrupos
- I.4. Aneis
- I.3. Ideais
- I.4. Ideais primos e maximais,
- I.5. Aneis quociente
- I.6. Morfismos e Teoremas de isomorfia
- I.7. Ideais de um anel quociente

TEMA II: CORPOS; PROPRIEDADES BÁSICAS E EXEMPLOS

- II.1. Definições
- II.2. Corpo de fracções.
- II.3.Característica de um corpo.
- II.4. Corpos finitos.

TEMA III: DOMÍNIOS DE FACTORIZAÇÃO ÚNICA

- III.1. **Domínio euclidianas, factorização única e de ideais principais.**
- **III.2. Aneis de polinómios**

TEMA IV: GRUPOS: EXEMPLOS, TEOREMA DE LAGRANGE, SUBGRUPOS NORMAIS E HOMORFISMOS

- **IV.1. Grupos abelianos.**
- **IV.2. Grupos cíclico e diédricos.**
- **IV.3. O teorema de Lagrange.**
- **IV.4.Subgrupos normais e grupos quociente.**
- **IV.5. Homomorfismos.**
- **IV.6. Teoremas de Isomorfia.**
- **IV.7. O grupo de automorfismos de um grupo.**

TEMA V: CONSTRUÇÃO E APRESENTAÇÃO DE GRUPOS

- V.1. Producto directo de grupos.
- 5.2. Producto semidirecto.
- V.3. Classificação de grupos abelianos finitos.
- V.4, Apresentações de grupos.

TEMAVI: ACÇÃO DE GRUPOS

- VI.1. Acção de um grupo sobre um conjunto. Centralizador e normalizador.
- VI.2 Teorema de Cayley
- VI.3. Grupos de permutações
- VI.4. Ciclos, transposições, órbita,
- VI.5. Factorização ciclíca.
- VI.6. Grupos alternados
- VI.7. Grupos simples

TEMA VII: TEOREMA DE SYLOW

- VII.1. P-grupos finitos
- VII.2. Teoremas de Sylow.
- VII.3. (p.q)-grupos.
- VII.4. Grupos de ordem pequena.

SISTEMA DE AVALIAÇÃO

A avaliação nesta disciplina de acordo com o critério para o desempenho académico será:

- Duas provas escritas individuais e será levado em consideração o desempenho académico do estudante em relação à assiduidade, interesse, responsabilidade e participação pela disciplina; crescimento em relação ao conhecimento do conteúdo e na participação activa nos trabalhos em grupos.
- Também aplicar-se-á, em conformidade com o regime académico da UAN modificada pelo Senado Universitário aos 22/04/2003, exame final.
- Ponderação da avaliação: Provas + Exame final = 20.0 (média final)

BIBLIOGRAFIA

- G. Navarro Ortega, *Un curso de Álgebra.* Publicações de la Universidad de Valência, 2002.
- J. Dorronsoro, E. Hernández, *Números, grupos e anillos.* Addison-Wesley Iberoamétrica-UAM, 2006.
- J. B. Fraleigh, *Álgebra Abstracta*, Addison-Wesley Iberoamétrica, 1987.
- D. S. Dummit, R. M. Foote, *Abstract Algebra,* Prentice Hall, 1991.
- J. D. Dixon, *Problems in Group Theory.* Dover Publications, 1973
- M. Anzola, J. Caruncho, G. Pérez-Canales, *Problemas de álgebra,* Alef, 1981.
- J. A. Gallan, *Contemporary abstract algebra*, Houghton Lifflin, 2006.
- T. W. Hungerford, *Abstract Algebra: An Introduction*, Books/Cole, 1996.

3. DISCIPLINA/COURSE TITLE

GEOMETRIA DIFERENCIAL DE CURVAS E SUPERFÍCIES

Nível/Course level

NIVELAMENTO

Ano lectivo/Year

2019

Número de créditos

7

Semestre/Semester

2º /2nd

Idioma/Language

Português. (A disciplina poderá ser dada em inglês sempre e quando, pelo menos um estudante internacional matriculado na disciplina o solicite)

Dados da equipe docente/Professor data

Professor/Professor: Miguel Ángel Javaloyes Victoria
Grau científico/Scientific degree: **Ph.D in Mathematics, University of Múrcia, Spain**

Últimas três publicações, patente e/ou trabalhos relevantes apresentados em eventos (em ordem cronológica descendente). Título do trabalho, Revista ou Evento, Editorial, Ano, país./ Last three publications, patents and / or relevant papers presented at events (in descending chronological order). Title of the work, Journal or Event, Editorial, Year, country.

1. **Miguel Angel Javaloyes, Janatan Herrera y Paola**
2. **Calcul Differentiel: cours et exercices corrigés. CEPADUES-EDITIONS, Toulouse, France, 4th ed. 2015 (1st ed. 2004, 2nd ed. 2009 and 3rd ed. 2013). ISBN: 9782364935075**
3. **Biharmonc Reeb curves in Sasakian manifolds. Global Journal of Advanced Research on Classical and Morden Geometries. Vol. 167, n.2 (2015), pp, 1-6 (with S. Udriste)**

Universidade ou Instituição/University or Institution: **Universidad de Múrcia, Facultad de Matemáticas, Departamento de Matemáticas,**
Email: majava@um.es, ma.javaloyes@gmail.com
Horas de tutoria/Office hours: By appointment

OBJECTIVOS DA DISCIPLINA/COURSE OBJECTIVES

Com este curso o estudante,
- conhecerá algumas curvas especiais que podemos encontrar na superfície: as linhas da curvatura e as curvas assintóticas ;
- Saberá demonstrar e aplicar com precisão o resultado principal da Teoria de Superfícies

Conteúdo Programático:

TEMAI: CURVAS NO PLANO E NO ESPAÇO

- I.1 **Preliminares.** Curvas parametrizadas. Longitude de arco. Curvas regulares. Parametrização pela longitude de arco
- I.2. **Teoria local de curvas planas**. Diedro de Frenet. Curvatura com sinal. Fórmulas de Frenet. Teorema fundamental da teoria de curvas planas. Comparação de uma curva com a recta tangente num ponto. Comparação de duas tangentes num ponto.
- I.3. **Teoria local de curvas no espaço.** Triedro de Frenet, Curva e torsão. Fórmulas de Frenet. Teorema Fundamental da teoria de curvas

TEMA II: SUPERFÍCIES NO ESPAÇO

- II.1. **Preliminares.** Conceito de superfície regular.
  Superfícies de nível. Mudanças de coordenadas.
- II.2. **Diferenciabilidade.** Funções diferenciáveis numa superfície. Definição de vector tangente. O plano tangente a uma superfície num ponto. A primeira forma fundamental.
- II.3. **O plano tangente**. Curvas diferenciáveis numa superfície. Definição do vector tangente. O plano tangente a uma superfície num ponto. Definição do vector tangente. A primeira forma fundamental.
- II.4.**A diferencial**. A diferencial de função diferenciável de uma função diferenciável. Pontos críticos. Test da primeira derivada para pontos críticos. A diferencial de uma aplicação diferenciável entre superfícies. Propriedades. A regra da cadeia. O Teorema da função inversa.

TEMA III: CURVATURAS

- **Orientações de superfícies.** Campos de vectores sobre uma superfície. Superfícies orientáveis. Sentido de rotação numa superfície orientada. Estrutura complexa. Bases positivamente orientadas e bases negativamente orientadas.

- **A segunda forma fundamental.** A aplicação

SISTEMA DE AVALIAÇÃO

A avaliação nesta disciplina de acordo com o critério para o desempenho académico será:

- Duas provas escritas individuais e será levado em consideração o desempenho académico do estudante em relação à assiduidade, interesse, responsabilidade e participação pela disciplina; crescimento em relação ao conhecimento do conteúdo e na participação activa nos trabalhos em grupos.

- Também aplicar-se-á, em conformidade com o regime académico da UAN modificada pelo Senado Universitário aos 22/04/2003, exame final.

- Ponderação da avaliação: Provas + Exame final = 20.0 (média final)

BIBLIOGRAFIA

- Manfredo P. Do Carmo, *Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies*, SMB, 2014.
  https://loja.sbm.org.br/index.php/geometria-diferencial-de-curvas-e-superficies.html
- Jorge Picado, “Apontamentos de Geometria Diferencial,” Oline
  http://www.mat.uc.pt/~picado/geomdif/Apontamentos/sebenta.pdf

3. DISCIPLINA/COURSE TITLE

ANÁLISE COMPLEXA/COMPLEX ANALYSIS

Nível/Course level

NIVELAMENTO

Ano lectivo/Year

2019

Número de créditos

7

Semestre/Semester

2º /2nd

Idioma/Language

Português. (A disciplina poderá ser dada em inglês sempre e quando, pelo menos um estudante internacional matriculado na disciplina o solicite)

Dados da equipe docente/Professor data

Professor/Professor: José Caluyna Pedro
Grau científico/Scientific degree: Philosophy .Doctor (Ph. D.) In Applied Mathematics (Fluid Structure Interaction) at University of Kwazulu-Natal, Pietermaritzburg, South Africa.

Linhas de pesquisa que desenvolve e as três investigações mais importantes realizadas, ou actividade profissional, desempenhada nos últimos cinco anos:/ Research lines that develops and the three most important investigations carried out, or professional activity, performed in the last five years:

1. Differential Equations;
2. Dynamic of Fluids and Structures;
3. Hyperbolic Conservation Laws (Numerics).

Últimas três publicações, patente e/ou trabalhos relevantes apresentados em eventos (em ordem cronológica descendente). Título do trabalho, Revista ou Evento, Editorial, Ano, país./ Last three publications, patents and / or relevant papers presented at events (in descending chronological order). Title of the work, Journal or Event, Editorial, Year, country:

1. J. C. Pedro and P. Sibanda (2012), An Algorithm for the Strong-Coupling of the Fluid-Structure Interaction Using a Staggered Approach. doi : 10.5402/2012/391974. ISRN Applied Mathematics, Volume 2012, 14 pages.

2. J. C. Pedro, M. K. Banda and P. Sibanda (2014), On one-dimensional arbitrary high-order WENO schemes of hyperbolic conservation laws. *Computational and Applied Mathematics, Volume 33, pp. 363-384.*

J. C. Pedro and M. K. Banda, (2015) Implicit-Explicit High Order Time Integration Schemes for Computational of Structural Dynamics with Fluid-Structure Interaction. *Applications and Applied Mathematics: An International Journal. Volume 10, pp. 287-311.*

Instituição/Institution: Universidade Mandume Ya Ndemufayo
Email: caluyna1@hotmail.com
Horas de tutoria/Office hours: By appointment

OBJECTIVOS DA DISCIPLINA/COURSE OBJECTIVES

Esta disciplina constitui uma introdução à varável complexa, com o principal objectivo de estabelecer os conceitos básicos desta área de Análise Matemática: as funções analíticas, a sua diferenciação e desenvolvimento em série e a integração complexa (com algumas aplicações), assim como de apresentar vários resultados referentes as propriedades qualitativas e geométricas das funções holomorfas. Comentar-se-ão as diferenças em as funções de uma ou várias varáveis, ressaltando assim o caracter próprio que tem esta disciplina. A maioria dos teoremas enunciados demonstrar-se-ão em classe e irão acompanhados de exemplos e exercícios relacionados.

Os resultados da aprendizagem que o estudante terá alcançado ao aprovar a disciplina são os seguintes:

1. Dominar as manipulações básicas com números complexos, desigualdades e representações geométricas.
2. Familiarizar-se com as noções de funções analíticas e harmónicas.
3. Compreender a noção de um domínio simplesmente conexo, domínio de Jordan, curva suave a troços, etc. e o conceito de função primitiva.
4. Assimilar os enunciados e as aplicações práticas e teóricas doa diferentes teoremas integrais de Cauchy.
5. Ser capaz de desenvolver um função em série de Taylor ou Laurentz
6. Dominar as aplicações do cálculo de resíduos.
7. Compreender os enunciados dos teoremas básicos de caracter qualitativo (como o teorema de Lioville, teorema de Rouché, teorema do módulo máximo ou o lema de Schartz) e ser capaz de aplicalos na resolução de diversos exercícios
8. Conhecer as propriedades básicas das transformações de Mobius e outrs transformações conformes e suas propriedades geométricas, assim como o enunciado do teorema de Riemann. Ser capaz de encontrar as aplicações conformes entre domínios simples.

Conteúdo Programático:

TEMA I: NÚMEROS COMPLEXOS E FUNÇÕES:

- I.1 Operações aritméticas no corpo dos números complexos
- I.2. Conjugação e módulo; desigualdade triangular
- I.3. Representação polar.
- I.4. Raízes e potências
- I.3. Critérios de convergência.
- I.4. Princípio dos zeros isolados.
- I.5. A função exponencial.
- I.6. Funções trigonométricas e hiperbólicas.
- I.7. Função argumento
- I.6. Função Loaritmo.

TEMA II: FUNÇÕES HOLOMORFAS

- II.1. Derivada complexa
- II.2 . Equações de Cauchy-Riemann
- II.3. Funções harmónicas.
- II.4. Teorema da função inversa.
- II.5. Sucessões.
- II.6. Séries de potências.
- II.7. Critérios de convergência.
- II.8. Princípio dos zeros isolados.
- II.9. A função exponencial.
- II.10. Funções trigonométricas e hiperbólicas.
- II.11. Função argumento
- II.12. A função logaritmo.

TEMA III: FÓRMULA INTEGRAL DE CAUCHY

- III.1. Fórmula de Gauss.
- III.2. Teorema de Cauchy.
- III.3. Teorema de Liouville.
- III.4. Teorema de Morera.
- III.5. Fórmula integral de Cauchy.
- III.6. Teorema da singularidade evitável
- III.7. Equivalência entre holomorfia e analiticidade
- III.8. Continuação única.
- III.9. Teorema de Liouville.
- III.10. Teorema fundamental da álgebra
- III.11. Princípio do módulo máximo
- III.12. Lema de Schwartz
- III.13. Teorema da aplicação aberta.
- III.14. Séries de Laurent.
- III.15. Tipos de singularidades.
- III.16. Teorema dos resíduos.
- III.17. Princípio do argumento.
- III.18. Teorema de Rouché.
- III.19. Cálculo de integrais por resíduos.

TEMA IV: INTRODUÇÃO À REPRESENTAÇÃO CONFORME

- IV.1. Transformações de Möbius.
- IV.2. Os automorfismos do disco.
- IV.3. Enunciado do teorema de representação conforme de Rieman.
- IV.4. Aplicações conformes entre diferentes domínios simplesmente conexos no plano.

SISTEMA DE AVALIAÇÃO

A avaliação nesta disciplina de acordo com o critério para o desempenho académico será:

- Duas provas escritas individuais e será levado em consideração o desempenho académico do estudante em relação à assiduidade, interesse, responsabilidade e participação pela disciplina; crescimento em relação ao conhecimento do conteúdo e na participação activa nos trabalhos em grupos.

- Também aplicar-se-á, em conformidade com o regime académico da UAN modificada pelo Senado Universitário aos 22/04/2003, exame final.
- Ponderação da avaliação: Provas + Exame final = 20.0 (média final)

BIBLIOGRAFIA

- Ahlfors, L.V.: *Complex Variable.* McGraw-Hill, 1978.
- Brwn,J.w., Churchil R. V.: *Complex Variable and Applications:* McGraw-Hill, 2007.
- Conway, J.B.: *Functions of one complex variable I.* Springer, 1995.
- Fisher, S.D.: *Complex variable.* Wadsworth & Books/Cole, 1990
- Gamelin, T. w.: *Complex Analysis.* Springer, 2003.
- Levinson, N., Redheffer, R.: *Curso de variable compleja.* Reverté, 1990.
- Pestana, D. Rodriguez, J.M., Marcellán, F. *Variable compleja. Un curso prático.* Ed. Sínteis, 1999

4. DISCIPLINA/COURSE TITLE

ANÁLISE FUNCIONAL/FUNCTIONAL ANALYSIS

Nível/Course level

NIVELAMENTO

Ano lectivo/Year

2019

Número de créditos

7

Semestre/Semester

2º /2nd

Idioma/Language

Português. (A disciplina poderá ser dada em inglês sempre e quando, pelo menos um estudante internacional matriculado na disciplina o solicite)

Dados da equipe docente/Professor data

Professor/Professor: Maria de Natividade
Grau científico/Scientific degree: Ph.D em Matemática (Análise Harmónica)

Linhas de pesquisa que desenvolve e as três investigações mais importantes realizadas, ou actividade profissional, desempenhada nos últimos cinco anos:/ Research lines that develops and the three most important investigations carried out, or professional activity, performed in the last five years:

1. Análise Hormónica
2. Aproximação de funções
3. Processamento de imagens

Últimas três publicações, patente e/ou trabalhos relevantes apresentados em eventos (em ordem cronológica descendente). Título do trabalho, Revista ou Evento, Editorial, Ano, país./ Last three publications, patents and / or relevant papers presented at events (in descending chronological order). Title of the work, Journal or Event, Editorial, Year, country.

1. G. Garrigós, E. Hernández, M. de Narividade, "Democracy Functions of Wavelets basis in Geral Lorentz Spaces". Jornal of Approximation Theory (2011) 163 1509-1521
2. G. Garrigós, E. Hernández, M. de Natividade, "Democracy Functions for Approximation Spaces", Adances in Computational Mathematics: Volume 37, Issue 2 (2012), 255-283.
3. E. Hernández, M de Natividade, " Results on Non-linear Approximation for Wavelets Bases In Weighted Function Spaces" capítulo do livro, "New Trends in Applied Harmonic Analysis", Applied Numerical Harmonic Analysis Interations Publishing, 2016

Instituição/Institution: Department of Mathematics
Faculdade de Ciências da UAN
Email:maria.denatividade@hotmail.es
Horas de tutoria/Office hours: By appointment

OBJECTIVOS DA DISCIPLINA/COURSE OBJECTIVES

1. Familiarizar os alunos com toda uma série de noções que lhes permitirão ter uma visão mais ampla do estudo (álgebra linear, espaços Lp da teoria da integral, etc.) e que lhes proporcionarão também instrumentos úteis em outras matérias (equações em derivadas parciais, teoria de funções, etc.).

2. Mostrar como as noções de distência, norma e produto escalr fazem possível definir uma topologia nos espaços vectoriais de dimensão infinita. E a importância dos espaços completos (espaços de Banach e de Hilbert), dando exemplos relevantes de espaços de funções.

3. Estudar as propriedades dos operadores lineares contínuos entre dois espaços mostrando em particular como, no caso dos espaços de Hilbert é possível extender algumas das noções fundamentais da dimensão finita (ortogonalidade, operadores autoadjuntos e compactos, autovalores e vectores próprios, etc.).

4. Demonstrar os teoremas mais importantes (teorema de Riez, da projecção) dos espaços de Hilbert, dando aplicações.

5. Demonstrar os teoremas mais importantes (Han-Banach, Banach-Steinhaus, do gráfico fechado) do espaços normados e de Banach, dando aplicações. Apresentar a noção de categoria e o terema de Baire, indicando as suas aplicações mais relevantes.

6. Dar algumas ideias sobre aplicações não lineares e teoremas do ponto fixo (de Banach, etc), com aplicações às equações dinferenciais e integrais

Os resultados da aprendizagem que o estudante terá alcançado ao aprovar a disciplina são os seguintes:

Conteúdo Programático:

TEMA I: ESPAÇOS MÉTRICOS

- I.1 Espaços métricos completos.
- I.2. Espaços métricos compactos.
- I.3. Aplicações contractivas.
- I.4. Teorema do ponto fixo de Banach.
- I.3. Aplicações às equações diferenciais e integrais.
- I.4. Equicontinuidade; teorema de Arzelá-Ascoli.

TEMA II: ESPAÇOS DE HILBERT E DE BANACH

- II.1. Producto escalar
- II.2. Espaços de Hilber.
- II.3. Ortogonalidade.
- II.4. Teorema da projecção ortogonal
- II.5. Espaços normado e de Banach.
- II.6. Espaço dual.

- II.7. Espaços Lp e lp.
- II.8. Operadores lineares limitados.
- II.9. Operador adjunto.
- II.10. Teorema de representação de Riez.
- II.11. Sistemas ortonormais.
- II.12. Espaços de Hilbert separáveis.

TEMA III: TEOREMA DE HAN-BANACH E SUAS CONSEQUÊNCIAS

- III.1. Forma analítica e forma geométrica do teorema de Han-Banach.
- III.2. Separação de Conjuntos.
- III.3. Aplicações.
- III.4. Espaços reflexivos.
- III.5. Topologia fraca**.**

TEMA IV: TEOREMA DE BAIRE E SUAS CONSEQUÊNCIAS

- IV.1. Categoria
- IV.2. Teorema de Baire.
- IV.3. Existência de funções continuas não deriváveis em nenhum ponto.
- IV.4. Princípio de limitação uniforme, teorema de Banach-Steinhaus..
- IV.5. Aplicação às séries de Fourier.
- IV.6. Teorema da aplicação aberta e do gráfico fechado.
- IV.7. Aplicações.

TEMA V: TEORIA ESPECTRAL DE OPERADORS

- V.1. Autovalores e autovectores próprios.
- 5.2. O espectro e o raio espectral.
- V.3. Operadores lineares compactos. Propriedades.
- V.4. Operadores autoadjuntos nos espaços de Hilbert.
- V.4. Decomposição espectral.
- V.5. Teoria de Riez-Fredholm.
- V.6. Operadores integrais.
- V.7. Equações integrais de Fredholm do segundo tipo.

SISTEMA DE AVALIAÇÃO

A avaliação nesta disciplina de acordo com o critério para o desempenho académico será:

- Duas provas escritas individuais e será levado em consideração o desempenho académico do estudante em relação à assiduidade, interesse, responsabilidade e participação pela disciplina; crescimento em relação ao conhecimento do conteúdo e na participação activa nos trabalhos em grupos**,**
- Também aplicar-se-á, em conformidade com o regime académico da UAN modificada pelo Senado Universitário aos 22/04/2003, exame final.
- Ponderação da avaliação: Provas + Exame final = 20.0 (média final)

BIBLIOGRAFIA

- H. Brezis, *Analisis funcional.* Madrid, Alianza Universidad Textos, 1984.
- A. Friedman: *Foundations of Modern Analysis.* Dover, N. York,, 1982.
- J. Garcia-Cuerva: *Analisis Funcional.* Apuntes , UAM, 2011.
- C. Goffman, G. Pedrick, *Functional Analysis*, Chelsea, N. York, 1983.
- A. N. Kolmogorov, S.V. Fomín, *Elementos de la teoria de funciones y del analíses funcional*, Editorial Mir, Moscú, 1975.
- E. Kreyszig, *Introductory Functional Analysis with applicatiosn.* J. Wiley & Sons, N. York, 1978.

5. DISCIPLINA/COURSE TITLE

TOPOLOGIA

Nível/Course level

NIVELAMENTO

Ano lectivo/Year

2019

Número de créditos

7

Semestre/Semester

2º /2nd

Idioma/Language

Português. (A disciplina poderá ser dada em inglês sempre e quando, pelo menos um estudante internacional matriculado na disciplina o solicite)

Dados da equipe docente/Professor data

Professor/Professor: Maria de Natividade
Grau científico/Scientific degree: Ph.D em Matemática (Análise Harmónica)

Linhas de pesquisa que desenvolve e as três investigações mais importantes realizadas, ou actividade profissional, desempenhada nos últimos cinco anos:/ Research lines that develops and the three most important investigations carried out, or professional activity, performed in the last five years:

4. Análise Hormónica
5. Aproximação de funções
6. Processamento de imagens

Últimas três publicações, patente e/ou trabalhos relevantes apresentados em eventos (em ordem cronológica descendente). Título do trabalho, Revista ou Evento, Editorial, Ano, país./ Last three publications, patents and / or relevant papers presented at events (in descending chronological order). Title of the work, Journal or Event, Editorial, Year, country.

4. G. Garrigós, E. Hernández, M. de Narividade, "Democracy Functions of Wavelets basis in Geral Lorentz Spaces". Jornal of Approximation Theory (2011) 163 1509-1521
5. G. Garrigós, E. Hernández, M. de Natividade, "Democracy Functions for Approximation Spaces", Adances in Computational Mathematics: Volume 37, Issue 2 (2012), 255-283.
6. E. Hernández, M de Natividade, " Results on Non-linear Approximation for Wavelets Bases In Weighted Function Spaces" capítulo do livro, "New Trends in Applied Harmonic Analysis", Applied Numerical Harmonic Analysis Interations Publishing, 2016

Instituição/Institution: Department of Mathematics
Faculdade de Ciências da UAN
Email:maria.denatividade@hotmail.es

Horas de tutoria/Office hours: By appointment

OBJECTIVOS DA DISCIPLINA/COURSE OBJECTIVES

Compreensão da universalidade do conceito topológico e as aplicações das propriedades, especialmente conexão, compacidade e o grupo fundamental. Conhecer a particularidade dos espaços métricos, ter agilidade no uso da linguagem da teoria de conjuntos para a realização das demonstrações e a solução dos exercícios.

Conteúdo Programático

TEMA I: ESPAÇOS MÉTRICOS

- Definição de espaço métrico
- Convergência e continuidade
- Conjuntos abertos e continuidade

TEMA II: ESPAÇOS TOPOLÓGICOS

- Definição de espaço topologia.
- Bases de topologia
- Aderência, fronteira e interior de um subconjunto de um espaço topológico. Aplicações continuas, homeomorfismos.
- Topologias induzidas
- Subespaços, produtos e quociente

TEMA III: CONEXÃO

- Conexão, componentes conexas
- Invariância por aplicações continuas
- Subconjuntos conexos de **R.**
- Conexão por arcos

TEMA IV: COMPACIDADE

- Definição e exemplos.
- Invariância por aplicações continuas.

- Subconjuntos compactos de R^n
- Compactos em espaços métricos
- Continuidade uniforme

TEMA V: OUTRAS PROPRIEDADES DOS ESPAÇÕES TOPOLÓGICOS

- Axiomas de numerabilidade e separabilidade
- Axiomas de separação, espaços Hausdorff

TEMA V: HOMOTOPIA

- Homotopia de caminhos
- O grupo fundamental
- Espaços simplesmente conexos
- Espaços recubridores.
- Cálculo de alguns grupos fundamentais
- Tipo de homotopia
- Aplicações

TEMA VI: TEMAS ADICIONAIS

- Espaços de funções continuas e limitadas: Teorema de Ascoli-Arzelá.
- Produtos infinitos.
- Teorema de Tychonoff
- Espaços métricos completos: Teorema do ponto fixo de Banach
- Convergência de séries em espaços de funções.

BIBLIOGRAFIA

- **J. R. Munkres:** *Topologia 2ª Edición, Pearson Educación, 2002* (traduzido de Topology 2nd ed. Prentice Hall, Inc. 2000).
- **J. Margaleff y E. Outerelo:** *Introdución a la topología*, Ed. Complutense
- **MD. Crossley**: *Essential Topplogy*. Springer Undergraduate Mathematics Series. Springer-Verlag. 2005.

- **G. Fleitas** *Problemas de Topologia General.* Ed. Alambra, 1983
- Apontamentos de Fernando Chamizo, UAM.